

Решение и ответы. Ноябрь 2020

2-3 класс

- 1) Жил – был король столь сильный, столь любимый своими подданными, столь уважаемый соседями, что мог считать себя счастливейшим из государей. В королевстве, кроме короля, был один герцог; 6 графов, 12 баронов, а все остальные крестьяне. Число подданных короля в 1000 раз больше числа знатных людей. Сколько



всего человек в королевстве?

Решение.

$1+6+12+1=20$ – знатных людей.

$20 \times 1000 = 20000$ – подданных.

$20000+1=20001$ человек – всего в королевстве вместе с королем.

Ответ: 20001

- 2) На завтра назначен праздник. Вчера был не четверг, не среда и не понедельник. Послезавтра не воскресенье и не вторник. Позавчера был не понедельник и не суббота. На какой день назначен праздник?



Запишите номер верного ответа.

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Пн. | Вт. | Ср. | Чт. | Пт. | Сб. | Вс. |

Решение.

Составим таблицу:

| Дни | Пн. | Вт. | Ср. | Чт. | Пт. | Сб. | Вс. | Пн. | Вт. |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Позавчера | -- | | | | | -- | | -- | |
| Вчера | -- | | -- | -- | | | | | |
| Сегодня | | -- | | | -- | + | -- | | |
| Послезавтра | | | | | | | -- | | -- |

Вчера был не четверг, не среда и не понедельник. Значит, сегодня не пятница, не четверг, не вторник.

Послезавтра не воскресенье и не вторник. Значит, сегодня не пятница, не воскресенье.

Позавчера был не понедельник и не суббота. Значит, сегодня не среда, не понедельник.

Сегодня суббота, завтра – воскресенье.

Ответ: 7

- 3) У принцессы есть три служанки: ткачиха, повариха и прачка. Их имена: Матрена, Алена, Катерина. У поварихи нет братьев, и она старшая. Катерина младше прачки и замужем за братом Алены. Определите, как зовут каждую служанку. Кто Алена?



| | | |
|---------|----------|--------|
| 1 | 2 | 3 |
| ткачиха | повариха | прачка |

Решение.

Катерина – ткачиха, потому, что она младше прачки и, не может быть прачкой; и она не может быть поварихой, поскольку повариха старше остальных. Алена - прачка, так как у нее есть брат, а у поварихи братьев нет. Матрена повариха.

Ответ: 3

- 4) В конюшне короля есть черные, белые и коричневые лошади. Черных – 15, коричневых – 20, подкованных - 16. Подкованных черных – 5, а

неподкованных коричневых – 13. Неподкованных белых столько же, сколько и подкованных коричневых. Сколько всего лошадей в конюшне?



Решение.

Составим и заполним таблицу, применяя сокращения: подкованные – П, неподкованные – Н.

| Лошади | П | Н | Всего |
|------------|----|----|-------|
| Черные | 5 | 10 | 15 |
| Белые | | 7 | |
| Коричневые | 7 | 13 | 20 |
| Всего | 16 | 30 | 46 |

$20-13=7$ – подкованных коричневых (или неподкованных белых).

$15-5=10$ – неподкованных черных лошадей.

$10+7+13=30$ – неподкованных лошадей.

$30+16=46$ – лошадей всего

Ответ: 46

5) Если всех стражников короля поставить в 2, 3 или 4 ряда. Каждый раз остается лишний солдат. Если поставить в пять рядов – лишних нет. Сколько стражников у короля?



Решение.

Подберем наименьшее число, которое будет делиться на 5 и в то же время при делении на 2, 3 и 4 будет оставаться 1. Таким числом будет 25.

Ответ 25

- б) Король, назначив дату свадьбы, отправил гонцов. Скороход пробежал за сутки 1920 км, конь бежит вдвое быстрее, а дракон пролетает за час столько, сколько пробежал бы за 2 часа скороход, если бы бежал в 2 раза быстрее коня. Кто доставил приглашение отцу принцессы, если гонцу понадобилось меньше 3 часов, а жил король за 1000 км? Запишите номер правильного ответа.

| | | |
|------|----------|--------|
| 1 | 2 | 3 |
| конь | скороход | дракон |



Решение.

Конь бежит быстрее скорохода. Сравним скорость движения дракона и коня.

1) Переведем скорость скорохода из $\frac{\text{км}}{\text{сут.}}$ в $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. $1920:24=80\left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$ – скорость скорохода.

2) $80 \times 2 = 160\left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$ – скорость коня.

3) $160 \times 2 \times 2 = 640\left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$ – скорость дракона.

Скорость движения дракона наибольшая. Дракон доставил приглашение отцу принцессы.

Ответ: 3

- 7) На свадьбу приехали 25 королей со своими королевами. Каждый король пожал руку всем королям и королевам. Кроме собственной жены. Королевы не пожимали рук друг другу. Сколько всего было рукопожатий?



Решение.

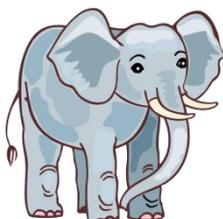
1) $25 \times 24 : 2 = 300$ - рукопожатий с королями.

2) $25 \times 24 = 600$ - рукопожатий с их женами.

3) $300 + 600 = 900$ – рукопожатий всего.

Ответ: 900.

- 8) Гости съезжались на праздник на слонах, орлах и тиграх. На дорожке дворца животные оставили 52 след. Хоботов было ровно столько же, сколько крыльев. А тигров было 3. Сколько всего животных прибыло ко дворцу?



Решение.

1) $3 \times 4 = 12$ следов – оставили тигры.

2) $52 - 12 = 40$ следов -- оставили слоны и орлы.

Методом подбора найдем для числа 40 два слагаемых, одно из которых делится на 2, а другое делится на 4. Это могут быть числа: 4 и 36, 8 и 32, 20 и 20, 24 и 16.

Разделим каждое число каждой пары на 2, и на 4 соответственно. Получим 2 и 9, 4 и 8, 10 и 5, 12 и 4. Поскольку, хоботов было ровно столько же, сколько крыльев, то слонов в 2 раза больше, чем орлов. Значит, из пар чисел нужная -- 4 и 8.

$30 + 4 + 8 = 42$ животных -- прибыло ко двору.

Ответ: 15

4-5 классы

1. Записать самое маленькое шестизначное число, в котором отсутствуют единицы тысяч, а количество десятков единиц в 3 раза больше, чем количество сотен тысяч, при этом использовать цифры можно только один раз, а цифру 4 использовать нельзя. В ответ запишите это число.



Решение:

По условию задачи число является шестизначным.

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

Известно, что в числе отсутствуют единицы тысяч.

| | | | | | |
|--|--|---|--|--|--|
| | | 0 | | | |
|--|--|---|--|--|--|

На первом месте слева (количество сотен тысяч) должна быть цифра, значение которой наименьшее. А по условию задачи количество десятков единиц в 3 раза больше, чем количество сотен тысяч

| | | | | | |
|---|--|---|--|---|--|
| 1 | | 0 | | 3 | |
|---|--|---|--|---|--|

Учитывая то, что использовать цифры можно только один раз, а цифру 4 использовать нельзя, получим:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 0 | 5 | 3 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|

Ответ: 120536

2. В деревне Простоквашино на почтовом ящике написано: «Выемка писем проводится регулярно 5 раз в день с 7 ч до 19 ч». Первый раз Печкин подходит к ящику в 7 ч утра, а последний - в 7 ч вечера. Через какие равные интервалы времени он вынимает письма?



Решение:

Известно, что «Выемка писем проводится регулярно 5 раз в день с 7 ч до 19 ч», через равные интервалы времени. Получим четыре промежутка по 3 часа.

Ответ: 3

3. Учитель Петр Григорьевич задал детям задачу. Если к разности двух чисел прибавить вычитаемое, а затем полученную сумму вычесть из уменьшаемого, после чего результат, разделив на 15, умножить на 3 и прибавить 7, то сколько получится? Его ученик Умников Илья сходу дал ответ. Какое число он назвал? Ответ обоснуйте.



Решение:

- 1) Уменьшаемое равно сумме разности и вычитаемого. Если к разности двух чисел прибавить вычитаемое, а затем полученную сумму вычесть из уменьшаемого, то получится ноль.
- 2) Далее $\div 15 \times 3 + 7 = 7$.

Ответ: 7

4. Приехали 100 туристов. Из них 10 туристов не знают ни немецкого языка, ни французского. 75 туристов знают немецкий язык, 83 - знают французский. Сколько туристов знают французский и немецкий язык одновременно?



Решение:

- 1) $100 - 10 = 90$ (чел.) – знают, по крайней мере, один из двух указанных языков.
- 2) $90 - 75 = 15$ (чел.) – не знают французский язык, но знают немецкий.
- 3) $83 - 15 = 68$ (чел.) – знают оба языка.

Ответ: 68

5. Разносчик телеграмм сказал: «Я сегодня поднимался 5 раз на 9-й этаж и 10 раз - на 5-й этаж. Если бы я каждый раз после вручения телеграммы не спускался вниз, а все время поднимался вверх, то я бы поднялся на... этаж». На какой этаж мог бы подняться разносчик телеграмм?



Решение:

Разносчик телеграмм преодолевает 8 этажей, что бы подняться с первого этажа на девятый этаж, и четыре этажа, что бы подняться с первого на пятый. Значит, он поднимется на

$8 \times 5 + 4 \times 10 = 80$ этажей. Тогда, если бы он каждый раз после вручения телеграммы не спускался вниз, а все время поднимался вверх, то он бы поднялся на 81 этаж.

Ответ: 81

6. Алексей ходит в библиотеку один раз в три дня, Михаил – один раз в четыре дня, Андрей – один раз в пять дней. В понедельник они встретились все вместе. Подсчитав, через сколько минимально дней они встретятся в библиотеке снова, определите, какой это будет день недели. В ответ запишите номер правильного ответа.



| | |
|---|-------------|
| 1 | понедельник |
| 2 | вторник |
| 3 | среда |
| 4 | четверг |
| 5 | пятница |
| 6 | суббота |
| 7 | воскресенье |

Решение:

Найдем наименьшее общее кратное чисел 3; 4; 5. НОК(3; 4; 5)=60. Следовательно, одноклассники встретятся через 60 дней.

Учитывая, что в неделе 7 дней, встреча произойдет через 8 недель и 4 дня: $60=7 \times 8+4$. Следовательно, одноклассники встретятся в пятницу.

Ответ: 5

7. Вычислить наиболее удобным способом:

$$32 \cdot 65 - 65 \cdot 29 + 29 \cdot 62 - 62 \cdot 26 + 26 \cdot 59 - 59 \cdot 23 + 23 \cdot 56 - 56 \cdot 20 + 20 \cdot 53 - 53 \cdot 17 + 17 \cdot 50 - 50 \cdot 14$$



Решение:

Воспользуемся распределительным законом умножения:

$$\begin{aligned} & 32 \cdot 65 - 65 \cdot 29 + 29 \cdot 62 - 62 \cdot 26 + 26 \cdot 59 - 59 \cdot 23 + 23 \cdot 56 - 56 \cdot 20 + 20 \cdot 53 - 53 \cdot 17 + 17 \cdot 50 - 50 \cdot 14 = \\ & = 65 \cdot 3 - 62 \cdot 3 + 59 \cdot 3 - 56 \cdot 3 + 53 \cdot 3 - 50 \cdot 3 = -3 \cdot (65 + 62 + 59 + 56 + 53 + 50) = \\ & = 3 \cdot (115 + 115 + 115) = 3 \cdot 3 \cdot 115 = 1035. \end{aligned}$$

Ответ: 1035

8. Двум братьям вместе 30 лет. Определите сколько лет каждому, если $\frac{1}{2}$ лет одного составляет $\frac{1}{3}$ лет другого. В ответ запишите, сколько лет старшему брату.



Решение:

Начертим схему.



Тогда, т.к. двум братьям вместе 30 лет, а $\frac{1}{2}$ лет одного составляет $\frac{1}{3}$ лет другого, разделим 30 на пять равных частей, найдем, сколько лет составляет $\frac{1}{2}$ лет одного и $\frac{1}{3}$ лет другого.

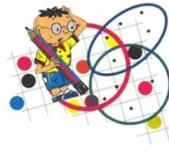
- 1) $30:5=6$ (лет) – одна часть;
- 2) $6 \times 2=12$ (лет) – младшему брату;

3) $6 \times 3 = 18$ (лет) – старшему брату.

Ответ: 18

6-7 класс

1. Оля перемножила 5 восьмёрок и 11 пятёрок. Найдите количество цифр в полученном числе.



Решение.

Результат, который получила Оля, равен $8^5 \cdot 5^{11} = 2^{15} \cdot 5^{11} = 2^4 \cdot 2^{11} \cdot 5^{11} = 2^4 \cdot 10^{11} = 1600 \dots 000$. В этом числе 11 нулей и еще две цифры.

Ответ. 13 цифр.

2. У Ивана – Царевича был ковер – самолет прямоугольной формы. Но злые разбойники отрезали от него кусок. Василиса Премудрая, перекроив его, сшила его волшебными нитками так, что он не потерял своих волшебных свойств. Известно, что ковер при этом приобрел форму квадрата. Изначально, длина ковра – самолета составляла 450 см, а стала составлять на 50 см меньше. Василиса решила обшить этот ковер бахромой по всему его периметру. Определите, хватит ли ей 17 м бахромы. В ответ запишите номер правильного ответа.

| | |
|---|-------------------|
| 1 | Хватит |
| 2 | Не хватит |
| 3 | Нельзя определить |



Решение.

Стороны квадрата равны. Длина прямоугольника уменьшилась на 50 см, значит $450 - 50 = 400$ (см) – длина стороны квадрата. Тогда периметр квадрата равен $400 \times 4 = 1600$ (см)

$1600 \text{ см} = 16 \text{ м}$. $16 < 17$. Да, хватит.

Ответ: 1

3. Алексей и Михаил очень любят заниматься спортивным ориентированием. Они прошли маршрут от пункта А до пункта В через пункты С, Д и Е. Определите расстояние между пунктами А и В, если известно, что из пункта А до пункта С они прошли 400 м строго в направлении на север, а затем из пункта С в пункт Д они прошли половину этого расстояния, идя в направлении на восток. После этого, идя из пункта Д в пункт Е в направлении на юг, они прошли на 200 м больше, чем сумма расстояний от пункта А до пункта С и от пункта С до пункта Д, затем; повернув на запад, они прошли еще 100 м от пункта Е до пункта F, а из этого пункта, чтобы оказаться в пункте В, они прошли 400 м в северном направлении.



Решение:

С

Д

А

В

Е

Ф

Путь от А до С составляет 400 м, следовательно от С до Д половина от 400 м – это 200 м. Путь от пункта Д до пункта Е расстояние равно 400 м

+200 м +200 м =800 м, от пункта Е до пункта F 100 м, от F до В 400 м.
 Пользуясь схемой получаем, что расстояние равно 200 м -100 м =100 м

Ответ: 100

4. Поставив цифры, вместо звездочек, восстановите умножение.

$$\begin{array}{r}
 64 \\
 \times \\
 \hline
 * \\
 *4 \\
 + \\
 * \\
 \hline
 ***8
 \end{array}$$

В ответ запишите чему равно произведение.

Решение.

Цифрой десятков второго множителя является единица, поскольку, будь она больше единицы, второе слагаемое было бы трехзначным. Тогда последняя цифра первого слагаемого равна 8.

$$\begin{array}{r}
 64 \\
 \times \\
 \hline
 1 \\
 *48 \\
 + \\
 64 \\
 \hline
 ***8
 \end{array}$$

Цифрой единиц второго множителя является либо 2, либо 7, поскольку произведение ее и 4 оканчивается цифрой 8. Если бы стояла 2, второе слагаемое равнялось бы 128, что противоречит условию (вторая цифра этого слагаемого 4). Следовательно, в разряде единиц второго слагаемого стоит цифра 7.

$$\begin{array}{r}
 64 \\
 \times \\
 \hline
 17 \\
 *48 \\
 \hline
 64
 \end{array}$$

6. Поезд проходит мимо семафора за 10 с, а мимо платформы длиной 300 м за 30 с. Найдите длину поезда и его скорость (скорость поезда считать постоянной). В ответ запишите скорость поезда, выразив ее в километрах в час.



Решение.

Пусть x – длина поезда. Тогда, поезд проходит мимо семафора расстояние x метров, за 10 секунд со скоростью $\frac{x}{10} \frac{м}{с}$. А мимо платформы длиной 300 м – расстояние $(x+300)$ м со скоростью $\frac{x+300}{30} \frac{м}{с}$. Т.к. требуется скорость поезда считать постоянной, можно составить пропорцию, решив которую мы найдем длину поезда.

$$\frac{x}{10} = \frac{x+300}{30}$$

$$30x = 10x + 3000$$

$$x = 150$$

Тогда 150 м поезд проходит за 10 с, а за час, т.е. за 3600 с (надо найти скорость поезда, выразив ее в километрах в час) он пройдет

$$\frac{150 \times 3600}{10 \times 1000} = 54 \text{ (км)}.$$

Ответ: 54

7. Вычислить наиболее удобным способом:

$$32 \cdot 65 - 65 \cdot 29 + 29 \cdot 62 - 62 \cdot 26 + 26 \cdot 59 - 59 \cdot 23 + 23 \cdot 56 - 56 \cdot 20 + 20 \cdot 53 - 53 \cdot 17 + 17 \cdot 50 - 50 \cdot 14$$



Решение:

Воспользуемся распределительным законом умножения:

$$\begin{aligned} & 32 \cdot 65 - 65 \cdot 29 + 29 \cdot 62 - 62 \cdot 26 + 26 \cdot 59 - 59 \cdot 23 + 23 \cdot 56 - 56 \cdot 20 + 20 \cdot 53 - 53 \cdot 17 + 17 \cdot 50 - 50 \cdot 14 = \\ & = 65 \cdot 3 - 65 \cdot 3 + 62 \cdot 3 - 62 \cdot 3 + 59 \cdot 3 - 59 \cdot 3 + 56 \cdot 3 - 56 \cdot 3 + 53 \cdot 3 - 53 \cdot 3 + 50 \cdot 3 - 50 \cdot 3 = \\ & = 3 \cdot (65 - 65 + 62 - 62 + 59 - 59 + 56 - 56 + 53 - 53 + 50 - 50) = \\ & = 3 \cdot (115 - 115 + 115 - 115) = 3 \cdot 3 \cdot 115 = 1035. \end{aligned}$$

Ответ: 1035

8. У мамы пять сыновей: Никита, Глеб, Игорь, Антон и Дима. Один из пяти братьев испек маме пирог.

Никита сказал: «Это Глеб или Игорь».

Глеб сказал: «Это сделал не я и не Дима».

Игорь сказал: «Вы оба шутите».

Антон сказал: «Нет, один из них сказал правду, а другой обманул».

Дима сказал: Нет, Антон, ты не прав».

Мама знает, что трое из ее сыновей всегда говорят правду. Кто испек пирог? В ответ запишите номер правильного ответа. Ответ обоснуйте.



| | |
|---|--------|
| 1 | Никита |
| 2 | Глеб |
| 3 | Игорь |
| 4 | Антон |
| 5 | Дима |

Решение.

Составим таблицу, озаглавив ее строки столбцы первыми буквами имен мальчиков. Будем по очереди предполагать про каждого, что пирог испек именно он, и заполнять его столбец. Если при таком предположении высказывание кого-то из братьев оказывается истинным, ставим в его строке плюс, а если ложным, то минус. По условию задачи в столбце того мальчика, который испек пирог, должно быть не менее трех плюсов.

| | Н | Г | И | А | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| Н | | | | | |
| Г | | | | | |
| И | | | | | |
| А | | | | | |
| Д | | | | | |

Пусть пирог испек Никита. Тогда Никита солгал (ставим минус в левой верхней клетке), Глеб сказал правду (ставим плюс на клетку ниже). И так далее заполняем первый столбец. Игорь солгал, Антон сказал правду, а Дима солгал.

| | Н | Г | И | А | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| Н | - | | | | |
| Г | + | | | | |
| И | - | | | | |
| А | + | | | | |
| Д | - | | | | |

Заполнив первый столбец, видим, что в этом случае трое сказали неправду, чего быть не может по условию задачи. Считая, что пирог испек Глеб, заполняем второй столбец и т.д.

| | Н | Г | И | А | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| Н | - | + | + | - | - |
| Г | + | - | + | + | - |
| И | - | - | - | - | + |
| А | + | + | - | + | - |
| Д | - | - | + | - | + |

Теперь видно, что пирог испек Игорь.

Ответ: 3

8-9 класс

1. Среди целых чисел от 8 до 17 включительно зачеркните как можно меньше чисел так, чтобы произведение оставшихся было точным квадратом. В ответе укажите сумму всех вычеркнутых чисел.

Решение.

Чтобы произведение было точным квадратом, нужно, чтобы каждый простой множитель входил в него в четной степени. В произведение $8 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 17$ в нечетной степени входят 2, 7, 11, 13 и 17. Значит, мы обязаны вычеркнуть сомножители 11, 13 и 17. А вот чтобы «убить» лишние простые множители 2 и 7, хватит одного вычеркнутого сомножителя 14. Итого сумма вычеркнутых чисел равна $11 + 13 + 14 + 17 = 55$.

Ответ: 55

2. Из Астрахани в Москву везли 80 т персиков, которые содержали 99% воды. По дороге они усохли и стали содержать 98% воды. Сколько тонн персиков привезли в Москву?

Решение.

В Астрахани в персиках содержался 1%, т.е. 8 т «сухого остатка», в Москве эти 8 т составляли уже 2% от привезенных персиков. Тогда вес персиков $8:2 \cdot 100 = 40$ т.

Ответ: 40

3. Сумма кубов цифр двузначного числа равна 35. Если из этого числа вычесть 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число.

Решение.

Обозначим цифры, с помощью которых записано число, буквами n и m . Согласно условию задачи получим систему уравнений:

$$\begin{cases} n^3 + m^3 = 35, \\ (10n + m) - 9 = (10m + n); \end{cases}$$

Из второго уравнения системы получим равенство: $n = m + 1$. Тогда, выполнив подстановку, первое уравнение примет вид: $(m + 1)^3 + m^3 = 35$.

Откуда находим, что $m = 2$, тогда $n = 3$. Искомое число 32.

Ответ: 32

4. На гранях куба написано 6 различных чисел от 6 до 11. Куб бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырех боковых гранях оказалась равна 36, во второй — 33. Какое число написано на грани, противоположной той, где написана цифра 10?

Решение.

Сумма чисел на всех гранях равна $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 51$.

При первом броске сумма на верхней и нижней гранях равна $51 - 36 = 15$, а при втором — $51 - 33 = 18$. Значит, на третьей паре противоположных граней сумма равна $51 - 15 - 18 = 18$.

Сумму 18 можно получить двумя способами: $11 + 7$ или $10 + 8$.

Значит, на парах граней с суммой 18 напротив 11 находится 7, а напротив 10 — 8.

Ответ: 8

5. Учительница математики написала на доске четырехзначное число, в котором все цифры различны и не равны нулю, и вызвала к доске восьмиклассников Петю и Васю. Один из них отличник и всегда прав, а другой двоечник и всегда ошибается. Каждый сделал по два утверждения. Петя сказал: «Одна из цифр этого числа равна сумме всех остальных. Вторая цифра самая большая». Вася сказал: «Вторая цифра не меньше трех. Первая цифра делится на все остальные». Какое число написала учительница? Найдите все такие числа. В ответ запишите наименьшее из найденных чисел.

Решение.

Предположим, что Петя — отличник. Тогда, верно утверждение, что вторая цифра самая большая. Но, известно, что все цифры числа различны и не равны нулю, следовательно, она не меньше четырех. Тогда высказывание Васи о том, что вторая цифра не меньше трех, тоже верно. А это

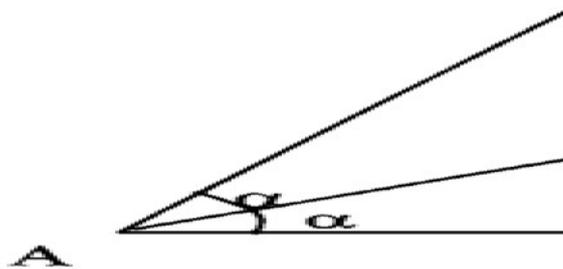
противоречит условию задачи. Следовательно, Петя ошибается, а Вася прав. Значит, первая цифра числа делится на все остальные, в таком случае у нее существует не менее трех различных делителей. Возможны два варианта: первая цифра 6, а остальные 1, 2 и 3, либо первая цифра 8, а остальные 1, 2 и 4. Но первый случай не возможен так, как $6=1+2+3$, и тогда верно утверждение Пети о том, что одна из цифр этого числа равна сумме всех остальных. Вторая цифра равна 4 так, как Вася сказал: «Вторая цифра не меньше трех». Таким образом, возможны два варианта: 8412 и 8421. Число 8412 – наибольшее.

Ответ: 8412

6. В $\triangle ABC$ биссектрисы углов A и B пересекаются под углом 128° . Найдите угол C .

Решение:

6.



$$\begin{aligned}
 2\alpha + 2\beta + \angle C &= 180^\circ \\
 \angle C &= 180^\circ - 2(\alpha + \beta) \\
 \angle AOB &= 128^\circ; \\
 \alpha + \beta &= 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ \\
 \text{значит, } \angle C &= 180^\circ - 2 \cdot 52^\circ \\
 \angle C &= 76^\circ.
 \end{aligned}$$

7. В результате измерения четырех сторон и одной из диагоналей некоторого четырехугольника получились числа 4, 8, 11, 10 и 15. Чему равна длина измеренной диагонали?

Решение.

Вспользуемся неравенством треугольника: каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон, но больше их разности. Проверяем перебором.

Диагональ не может равняться 30, так как нельзя составить две пары чисел, дающих в сумме большее число.

Аналогично, диагональ не может равняться 20.

Диагональ не может равняться 4, так как из оставшихся чисел нельзя составить две пары чисел, разность которых меньше 4.

Аналогично, диагональ не может равняться 8.

Только для числа 11 выполняются необходимые условия ($8+4>11$, $20+30>11$, $8-4<11$, $30-20<11$) *и выполняемы*.

Ответ:: 11

Два совершенно одинаковых катера, имеющих одинаковую скорость в стоячей воде, проходят по двум различным рекам одинаковое расстояние (по течению) и возвращаются обратно (против течения). В какой реке на эту поездку потребуется больше времени: в реке с быстрым течением или в реке с медленным течением? В ответ записать номер верного ответа.

| | |
|---|--|
| 1 | Нельзя определить |
| 2 | Больше времени потребуется на поездку в реке с более быстрым течением. |
| 3 | Больше времени потребуется на поездку в реке с медленным течением. |
| 4 | Одинаково |

Решение.

Пусть скорость катеров v км/ч,

скорость течения в первой реке v_1 км/ч,

а скорость течения во второй реке v_2 км/ч.

Пусть $v_1 > v_2$.

Если обозначить расстояние, проходимое в одном направлении катерами, через S , то время, затраченное первым катером на весь путь,

$t_1 = S/(v+v_1) + S/(v-v_1) = 2Sv/(v^2-v_1^2)$, а время, затраченное вторым катером, $t_2 = 2Sv/(v^2-v_2^2)$. Поскольку числители у обоих выражений одинаковы, то большей будет дробь с меньшим знаменателем, а так как знаменатели есть разности с равными уменьшаемыми, то знаменатель меньше у первой дроби, у которой вычитаемое v_1 больше.

Больше времени потребуется на поездку в реке с более быстрым течением.

Ответ: 2